МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Горно-Алтайский государственный университет»
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

Интегральные уравнения и вариационное исчисление

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 03.03.02_2024_614.plx
03.03.02 Физика
Цифровые технологии в альтернативной энергетике

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **2 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 72
в том числе:
аудиторные занятия 54
самостоятельная работа 8,1
часов на контроль 8,85

Виды контроля в семестрах:
зачеты 5

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	**5 (3.1)**		Итого	
Недель	17			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	18	18	18	18
Практические	36	36	36	36
Консультации (для студента)	0,9	0,9	0,9	0,9
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,15	0,15
Итого ауд.	54	54	54	54
Контактная работа	55,05	55,05	55,05	55,05
Сам. работа	8,1	8,1	8,1	8,1
Часы на контроль	8,85	8,85	8,85	8,85
Итого	72	72	72	72

Программу составил(и):
ст. преподаватель, Ваулин Д. А.

Рабочая программа дисциплины
Интегральные уравнения и вариационное исчисление

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 03.03.02 Физика (приказ Минобрнауки России от 07.08.2020 г. № 891)

составлена на основании учебного плана:

03.03.02 Физика

утвержденного учёным советом вуза от 01.02.2024 протокол № 2.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от 11.04.2024 протокол № 8

Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2025 г. № __
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2026 г. № __
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2027 г. № __
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2028 г. № __
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	*Цели:* Для понимания различных разделов физики необходимо знание математических методов, используемых в этих разделах. Сами математические методы, применяемые для формулировки и решения физических проблем, относятся к разнородным отделам математики и зачастую напрямую не связаны с конкретным содержанием физических теорий. В связи с этим изучение математического аппарата, используемого в физике, должно быть предметом отдельного базового курса, читаемого всем студентам физического факультета и предшествующего базовым общим курсам теоретической физики. Воспитание у студентов культуры четкого логического научного мышления включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке бакалавра, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений. Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавра.Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык. Важнейшей целью курса «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» (ИУВИ) является ознакомление студентов с методологией, общими принципами и методами решения интегральных уравнений и их применение к решению вариационных задач. Дисциплина «ИУВИ» вырабатывает у студентов навыки построения математических моделей простейших физических явлений и решения получающихся при этом математических задач. Она составляет математическую основу дисциплин общей и теоретической физики и специальных дисциплин, читаемых на кафедре. В результате освоения данного курса студент получит базовые знания в тех разделах математики, которые используются в общих курсах теоретической физики и спецкурсах по отдельным физическим направлениям.
1.2	*Задачи:* • воспитание достаточно высокой математической культуры; • привитие навыков современных видов математического мышления; • привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности; • обеспечить усвоение студентами данной дисциплины; • создать базу для изучения специальных дисциплин; • использовать эти знания как ступени формирования способностей будущих специалистов-физиков к ведению исследовательской работы и решению практических задач; • научить формулировать математически и решать аналитическими методами физические проблемы, описываемые указанным выше классом уравнений; • ознакомление студентов с основными принципами и законами физики, их математическими выражениями • развитие у студентов представления о роли фундаментальной физики в системе естественных наук и путях решения прикладных вопросов на основе физических законов и методов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	Дифференциальные уравнения
2.1.2	Аналитическая геометрия и линейная алгебра
2.1.3	Математический анализ
2.2	**Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
2.2.1	Методы математической физики
2.2.2	Теоретическая физика

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;
ИД-1.ОПК-1: Знает основные физические законы и математический аппарат, знаком с естественными науками в необходимом для профессиональной деятельности объеме
Знает основные физические законы и математический аппарат, знаком с естественными науками в необходимом для профессиональной деятельности объеме в области интегральных уравнений и вариационного исчисления

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	**Наименование разделов и тем /вид занятия/**	**Семестр / Курс**	**Часов**	**Компетен-ции**	**Литература**	**Интеракт.**	**Примечание**
	Раздел 1. Интегральные уравнения						
1.1	Интегральные уравнения /Лек/	5	12	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
1.2	Элементы теории линейных операторов /Пр/	5	4	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
1.3	Неоднородные уравнения Фредгольма рода с симметричным ядром /Пр/	5	4	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
1.4	Принцип сжимающих отображений. /Пр/	5	8	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
1.5	Уравнения с вырожденными ядрами. /Пр/	5	8	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
1.6	Элементы теории линейных операторов /Ср/	5	1	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
1.7	Неоднородные уравнения Фредгольма рода с симметричным ядром. /Ср/	5	1	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
1.8	Принцип сжимающих отображений /Ср/	5	1	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
1.9	Уравнения с вырожденными ядрами. /Ср/	5	1	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
	Раздел 2. Вариационное исчисление						
2.1	Вариационное исчисление /Лек/	5	6	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
2.2	Задача с закрепленными концами. /Пр/	5	4	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
2.3	Задача на условный экстремум. /Пр/	5	4	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
2.4	Задачи с подвижной границей. /Пр/	5	2	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
2.5	Достаточное условие экстремума в задаче с закрепленными концами /Пр/	5	2	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
2.6	Задача с закрепленными концами. /Ср/	5	1	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
2.7	Задача на условный экстремум /Ср/	5	1	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
2.8	Задачи с подвижной границей /Ср/	5	1	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
2.9	Достаточное условие экстремума в задаче с закрепленными концами /Ср/	5	1,1	ИД-1.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	
	Раздел 3. Консультации						
3.1	Консультация по дисциплине /Конс/	5	0,9	ИД-1.ОПК-1		0	
	Раздел 4. Промежуточная аттестация (зачёт)						
4.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	5	8,85	ИД-1.ОПК-1		0	
4.2	Контактная работа /КСРАтт/	5	0,15	ИД-1.ОПК-1		0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу дисциплины Интегральные уравнения и вариационное исчисление.
2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме вопросов к экзамену, тестов, коллоквиумов, индивидуальных заданий и контрольных работ.

5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.

5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Письменные работы по данному предмету не предусмотрены.

5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к экзамену

1. Классификация линейных интегральных уравнений..
2. Уравнения Фредгольма и Вольтерра первого и второго рода. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.
3. Линейные операторы в бесконечномерном евклидовом пространстве.
4. Вполне непрерывный оператор. Теорема существования собственного значения и собственного вектора у симметричного вполне непрерывного оператора. Построение последовательности собственных значений и собственных векторов.
5. Однородное уравнение Фредгольма второго рода.
6. Существование собственных значений и собственных функций у интегрального оператора с симметричным ядром.
7. Вырожденные ядра. Теорема Гильберта-Шмидта.
8. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода.
9. Принцип сжимающих отображений. Уравнение Фредгольма с “малым □”.
10. Уравнение Фредгольма с вырожденным и невырожденным ядром. Теоремы Фредгольма.
11. Уравнение Вольтерра. Метод последовательных приближений.
12. Понятие функционала. Первая вариация функционала. Необходимое условие экстремума.
13. Вариационная задача с закрепленными границами. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
14. Поле экстремалей, функция Вейерштрасса, достаточные условия экстремума.
15. Задачи на условный экстремум. Изопериметрическая задача и задача Лагранжа (постановки задач, необходимое условие экстремума).
16. Задача с подвижной границей, условие трансверсальности, необходимое условие экстремума.
17. Понятие о корректно и некорректно поставленных задачах.

Критерии оценки:
«Отлично», повышенный уровень: теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей программой дисциплины учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному;
«Хорошо», пороговый уровень: теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные рабочей программой дисциплины учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками;
«Удовлетворительно», пороговый уровень: теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей программой дисциплины учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки;
«Неудовлетворительно», уровень не сформирован: теоретическое содержание дисциплины не освоено. Необходимые практические навыки работы не сформированы, все предусмотренные рабочей программой дисциплины учебные задания выполнены с грубыми ошибками.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Бренерман М.Х., Жихарев В.А.	Вариационное исчисление: учебное пособие	Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2017	http://www.iprbookshop.ru/79275.html

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Цлаф Л.Я.	Вариационное исчисление и интегральные уравнения: справочное руководство	Санкт-Петербург: Лань, 2005	
Л2.2	Кудряшов С.Н., Радченко Т.Н.	Основные методы решения практических задач в курсе «Уравнения математической физики»: учебное пособие	Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2011	http://www.iprbookshop.ru/47050.html

6.3.1 Перечень программного обеспечения	
6.3.1.1	MS Office
6.3.1.2	MS WINDOWS
6.3.1.3	Яндекс.Браузер
6.3.1.4	Moodle
6.3.1.5	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.6	NVDA
6.3.1.7	LibreOffice
6.3.1.8	РЕД ОС
6.3.1.9	MS Windows
6.3.2 Перечень информационных справочных систем	
6.3.2.1	Электронно-библиотечная система IPRbooks
6.3.2.2	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

	проблемная лекция	
	дискуссия	

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Номер аудитории	**Назначение**	**Основное оснащение**
222 Б1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Переносной проектор, ноутбук, экран
207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя

209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций.Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы. Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Лабораторные работы являются основными видами учебных занятий, направленными на экспериментальное (практическое) подтверждение теоретических положений и формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

В процессе лабораторной работы как вида учебного занятия студенты выполняют одно или несколько заданий под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

При выполнении обучающимися лабораторных работ значимым компонентом становятся практические задания с использованием компьютерной техники, лабораторно - приборного оборудования и др. Выполнение студентами лабораторных работ проводится с целью: формирования умений, практического опыта (в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины, и на основании перечня формируемых компетенций, установленными рабочей

программой дисциплины), обобщения, систематизации, углубления, закрепления полученных теоретических знаний, совершенствования умений применять полученные знания на практике.
Состав заданий для лабораторной работы должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.
При планировании лабораторных работ следует учитывать, что в ходе выполнения заданий у студентов формируются умения и практический опыт работы с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, программами и др., которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).
Выполнению лабораторных работ предшествует проверка знаний студентов - их теоретической готовности к выполнению задания.
Формы организации студентов при проведении лабораторных работ: фронтальная, групповая и индивидуальная. При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется группами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.
Текущий контроль учебных достижений по результатам выполнения лабораторных работ проводится в соответствии с системой оценивания (рейтинговой, накопительной и др.), а также формами и методами (как традиционными, так и инновационными, включая компьютерные технологии), указанными в рабочей программе дисциплины (модуля). Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного рабочим учебным планом на освоение дисциплины, результаты заносятся в журнал учебных занятий.
Объем времени, отводимый на выполнение лабораторных работ, планируется в соответствии с учебным планом ОПОП.
Перечень лабораторных работ в РПД, а также количество часов на их проведение должны обеспечивать реализацию требований к знаниям, умениям и практическому опыту студента по дисциплине (модулю) соответствующей ОПОП.

Самостоятельная работа обучающихся– это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.
Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательнойпрограммы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).
Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:
- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.
К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля);подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся(текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).
Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихсяпри изучении дисциплины (модуля) определяются:
- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

Курсовая работа является самостоятельным творческим письменным научным видом деятельности студента по разработке конкретной темы. Она отражает приобретенные студентом теоретические знания и практические навыки. Курсовая работа выполняется студентом самостоятельно под руководством преподавателя.
Курсовая работа, наряду с экзаменами и зачетами, является одной из форм контроля (аттестации), позволяющей определить степень подготовленности будущего специалиста. Курсовые работы защищаются студентами по окончании изучения указанных дисциплин, определенных учебным планом.
Оформление работы должно соответствовать требованиям. Объем курсовой работы: 25–30 страниц. Список литературы и Приложения в объем работы не входят. Курсовая работа должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть, заключение, список литературы, приложение (при необходимости). Курсовая работа подлежит рецензированию руководителем курсовой работы. Рецензия является официальным документом и прикладывается к курсовой работе.

Тематика курсовых работ разрабатывается в соответствии с учебным планом. Руководитель курсовой работы лишь помогает студенту определить основные направления работы, очертить её контуры, указывает те источники, на которые следует обратить главное внимание, разъясняет, где отыскать необходимые книги.
Составленный список источников научной информации, подлежащий изучению, следует показать руководителю курсовой работы.
Курсовая работа состоит из глав и параграфов. Вне зависимости от решаемых задач и выбранных подходов структура работы должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть; заключение; список литературы; приложение(я).
Во введении необходимо отразить: актуальность; объект; предмет; цель; задачи; методы исследования; структура работы.
Основную часть работы рекомендуется разделить на 2 главы, каждая из которых должна включать от двух до четырех параграфов.
Содержание глав и их структура зависит от темы и анализируемого материала.
Первая глава должна иметь обзорно–аналитический характер и, как правило, является теоретической.
Вторая глава по большей части раскрывает насколько это возможно предмет исследования. В ней приводятся практические данные по проблематике темы исследования.
Выводы оформляются в виде некоторого количества пронумерованных абзацев, что придает необходимую стройность изложению изученного материала. В них подводится итог проведённой работы, непосредственно выводы, вытекающие из всей работы и соответствующие выявленным проблемам, поставленным во введении задачам работы; указывается, с какими трудностями пришлось столкнуться в ходе исследования.
Правила написания и оформления курсовой работы регламентируются Положением о курсовой работе (проекте), утвержденным решением Ученого совета ФГБОУ ВО ГАГУ от 27 апреля 2017 г.

Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление».

2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме коллоквиума и промежуточной аттестации в форме списка вопросов для зачета.

3. Структура и содержание заданий разработаны в соответствии с рабочей программой дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление».

4. Перечень компетенций, формируемых дисциплиной

ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;

ИД-1.ОПК-1: Знает основные физические законы и математический аппарат, знаком с естественными науками в необходимом для профессиональной деятельности объеме

5. Проверка и оценка результатов выполнения заданий

Оценка выставляется в 4-х балльной шкале:

– «отлично», 5 выставляется в случае, если студент выполнил 84-100 % заданий;
– «хорошо», 4 – если студент выполнил 66-83 % заданий;
– «удовлетворительно», 3 – если студент выполнил 50-65 % заданий;
– «неудовлетворительно», 2 – менее 50 % заданий

Список вопросов для зачета

по дисциплине Интегральные уравнения и вариационное исчисление

1. Доказать, что для любых двух элементов x, y нормированного пространства N справедливо неравенство: $|\, \|x\|-\|y\| \,|\le\|x-y\|$.
2. Доказать, что если последовательность элементов нормированного пространства сходится, то эта последовательность является фундаментальной. В каких нормированных пространствах справедливо и обратное утверждение.
3. Доказать, что если последовательность элементов нормированного пространства сходится, то эта последовательность ограничена.
4. Построить пример, показывающий, что из сходимости в среднем на отрезке $[a,b]$ функциональной последовательности не следует равномерная (и даже поточечная) сходимость.
5. Доказать, что пространство $C[a,b]$ является линейным.
6. Как определяется норма в пространстве $C[a,b]$? Доказать, что это на самом деле норма.
7. Доказать, что пространство $C^{(p)}[a,b]$ является линейным.
8. Как определяется норма в пространстве $C^{(p)}[a,b]$? Доказать, что это на самом деле норма.
9. Доказать, что пространство $h[a,b]$ является линейным.
10. Как определяется норма в пространстве $h[a,b]$? Доказать, что это на самом деле норма.
11. Доказать, что пространство $h[a,b]$ не является полным.
12. Доказать неравенство Коши-Буняковского для пространства $h[a,b]$.
13. Построить пример бесконечной ортонормированной системы в пространстве $h[a,b]$.
14. Доказать существование ограниченных некомпактных последовательностей в пространстве $h[a,b]$.
15. Доказать, что оператор, обратный к линейному оператору, является линейным оператором.
16. Доказать, что интегральный оператор Фредгольма отображает линейное пространство $h[a,b]$ в себя и является линейным оператором.
17. Доказать, что интегральный оператор Вольтерра отображает линейное пространство $h[a,b]$ в себя и является линейным оператором.
18. Доказать, что линейный оператор, действующий в нормированных пространствах, непрерывен тогда и только тогда, когда он непрерывен в нуле.
19. Доказать, что линейный оператор, действующий в нормированных пространствах, непрерывен тогда и только тогда, когда он ограничен.
20. Доказать эквивалентность двух определений непрерывности в точке оператора, действующего в нормированных пространствах.
21. Доказать, что оператор дифференцирования, действующий из $C^{(1)}[a,b]$ в $C[a,b]$, является ограниченным.

22. Доказать, что оператор дифференцирования, определенный на подпространстве непрерывно дифференцируемых функций пространства $C[a,b]$ и действующий из $C[a,b]$ в $C[a,b]$, является неограниченным.
23. Доказать, что если A - линейный ограниченный оператор, $A: N_1 \to N_2$, N_1 и N_2 – нормированные пространства, $A \neq 0$, то $\|A\| > 0$.
24. Доказать, что для любого $y \in N_1$ выполнено неравенство $\|Ay\| \leq \|A\| \|y\|$, где A – линейный ограниченный оператор, действующий из нормированного пространства N_1 в нормированное пространство N_2.
25. Доказать, что если B: $N_2 \to N_3$ является непрерывным оператором, а оператор A: $N_1 \to N_2$ вполне непрерывный, то BA: $N_1 \to N_3$ - вполне непрерывный оператор(.N_1, N_2, N_3 – нормированные пространства).
26. Доказать следующее утверждение: пусть линейный ограниченный оператор A действует из нормированного пространства N_1 нормированное пространство N_2, линейный ограниченный оператор B действует из нормированного пространства N_2 нормированное пространство N_3. Тогда $||BA|| \leq ||A|| \cdot ||B||$.
27. Доказать, что если взаимно однозначный оператор A является вполне непрерывным при действии из $h[a,b]$ в $h[c,d]$, то обратный оператор не является ограниченным.
28. Доказать, что единичный оператор, действующий в пространстве $h[a,b]$, не является вполне непрерывным.
29. Доказать, что интегральный оператор Фредгольма, действующий из $C[a,b]$ в $C[a,b]$, ограничен, и найти оценку сверху нормы оператора.
30. Доказать, что интегральный оператор Фредгольма, действующий из $h[a,b]$ в $h[a,b]$, ограничен, и найти оценку сверху нормы оператора.
31. Доказать, что интегральный оператор Фредгольма, действующий из $h[a,b]$ в $C[a,b]$, является вполне непрерывным оператором.
32. Доказать, что интегральный оператор Фредгольма, действующий из $h[a,b]$ в $h[a,b]$, является вполне непрерывным оператором.
33. Доказать, что интегральный оператор Фредгольма с симметрическим ядром, действующий из $h[a,b]$ в $h[a,b]$, является самосопряженным оператором.
34. Пусть φ - собственный вектор самосопряженного оператора A, действующего в евклидовом пространстве. Доказать, что множество векторов, ортогональных φ, образуют замкнутое линейное подпространство, инвариантное относительно A.
35. Доказать, что если интегральный оператор Фредгольма с непрерывным симметрическим вещественным ядром $K(x,s)$ действует в комплексном пространстве $h^C[a,b]$ (комплексном расширении пространства $h[a,b]$), то этот оператор может иметь только вещественные собственные значения.
36. Приведите пример самосопряженного оператора, действующего в пространстве $h[a,b]$ и не имеющего собственных значений.
37. Приведите пример вполне непрерывного оператора, действующего в пространстве $h[a,b]$ и не имеющего собственных значений.

38. Доказать, что собственные векторы самосопряженного оператора A, соответствующие различным собственным значениям, ортогональны.
39. Доказать, что собственные векторы самосопряженного оператора A, соответствующие различным собственным значениям, линейно независимы.
40. Привести пример интегрального оператора Фредгольма, нулевое собственное значение которого имеет бесконечную кратность.
41. Привести пример интегрального оператора Фредгольма, нулевое собственное значение которого имеет конечную кратность.
42. Доказать, что интегральный оператор Фредгольма с ядром $K(x,s)=\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx \sin ns}{n^2}$, действующий в пространстве *h[0, π]*, является невырожденным.
43. Доказать, что нуль является простым собственным значением интегрального оператора Фредгольма, действующего в пространстве *h[0, π]*, с ядром $K(x,s)=\frac{2}{\pi}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\sin nx \sin ns}{n^2}$.
44. Доказать, что нулевое собственное значение интегрального оператора Фредгольма, действующего в пространстве *h[0, π]*, с ядром $K(x,s)=\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin 2nx \sin 2ns}{(2n)^2}$ имеет бесконечную кратность.
45. Привести пример вырожденного интегрального оператора Фредгольма с невырожденным ядром.
46. Привести пример интегрального оператора Фредгольма, нулевое собственное значение которого, имеет кратность 5.
47. Доказать, что сжимающий оператор является непрерывным.
48. Доказать, что интегральный оператор Фредгольма, умноженный на «малое» λ, является сжимающим при действии в *C[a,b]*.
49. Определим оператор *D*: $C[a,b]\to C[a,b]$ следующим образом: для любого $y\in C[a,b]$ $Dy\equiv\lambda Ay+f$, где *A* – интегральный оператор Вольтерра с непрерывным ядром, *f(x)* – непрерывная на *[a, b]* функция. Доказать, что для любого λ существует натуральное число *k* такое, что D^k - сжимающий оператор.
50. Доказать, что если оператор D действует в полном нормированном пространстве, а оператор D^k (*k* – натуральное число) сжимающий, то неподвижные точки операторов D и D^k совпадают, из чего следует, что оператор D имеет единственную неподвижную точку.
51. Доказать, что интегральный оператор Фредгольма, действующий в *C[a,b]*, не имеет характеристических чисел на интервале (0, 1/(M(b-a)), где $M=\max\limits_{x,s\in[a,b]}|K(x,s)|$.
52. Доказать, что интегральный оператор Фредгольма, действующий в *h[a,b]*, не имеет характеристических чисел на интервале (0, 1/(M(b-a)), где $M=\max\limits_{x,s\in[a,b]}|K(x,s)|$.

53. Доказать, что минимальное по модулю характеристическое число интегрального оператора Фредгольма, действующего в $C[a,b]$, удовлетворяет неравенству $|\lambda_{\min}| \geq \frac{1}{M(b-a)}$, где $M = \max\limits_{x,s\in[a,b]} |K(x,s)|$.
54. Доказать, что минимальное по модулю характеристическое число интегрального оператора Фредгольма, действующего в $h[a,b]$, удовлетворяет неравенству $|\lambda_{\min}| \geq \frac{1}{M(b-a)}$, где $M = \max\limits_{x,s\in[a,b]} |K(x,s)|$.
55. Доказать, что интегральный оператор Вольтерра, действующий в $C[a,b]$, не имеет характеристических чисел.
56. Доказать, что интегральный оператор Вольтерра, действующий в $h[a,b]$, не имеет характеристических чисел.
57. Доказать эквивалентность задачи решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и задачи решения неоднородного уравнения Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром.
58. Получить уравнение для отыскания характеристических чисел интегрального оператора Фредгольма с вырожденным ядром.
59. Получить выражение для резольвенты неоднородного уравнения Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром при условии, что λ не является характеристическим числом.
60. Привести пример первой краевой задачи для уравнения Эйлера для функционала $V[y] = \int_a^b F(x,y,y')dx$, которая не имеет решения.
61. Привести пример первой краевой задачи для уравнения Эйлера для функционала $V[y] = \int_a^b F(x,y,y')dx$, которая имеет неединственное решение.
62. Какие решения имеет уравнение Эйлера для функционала $V[y] = \int_a^b F(y')dx$?
63. Записать первый интеграл уравнения Эйлера для функционала $V[y] = \int_a^b F(x,y')dx$.
64. Записать первый интеграл уравнения Эйлера для функционала $V[y] = \int_a^b F(y,y')dx$.
65. Решить задачу о брахистохроне.
66. Исходя из вариационного принципа наименьшего действия, получить уравнения движения материальной точки в потенциальном поле.
67. Решить задачу об отыскании кривой заданной длины, площадь под которой максимальна.
68. Показать, что если в задаче об отыскании экстремума с левым закрепленным и правым подвижным концами функционал имеет вид: $V[y] = \int_a^{B[y]} A(x,y)\sqrt{1+(y')^2}\,dx$, и функция $A(x,y) \neq 0$ дифференцируема по x, y, то условие трансверсальности в этом случае переходит в условие ортогональности.

69. Найти экстремум функционала $V[y]=\int\limits_0^{x_1}\frac{\sqrt{1+(y')^2}}{y}dx$ при условии, что левый конец закреплен, а правый может перемещаться вдоль заданной прямой: $y(0)=0$; $y_1=x_1-5$.

70. Какой экстремум (слабый или сильный, минимум или максимум) достигается в задаче с закрепленными концами для функционала $V[y]=\int\limits_0^a (y')^3 dx$ с граничными условиями $y(0)=0$, $y(a)=b$, $a>0$, $b>0$.

71. Исследовать на разрешимость уравнение: $\int\limits_a^x y(s)ds=f(x),\ x,s\in[a,b]$.

72. Доказать, что множество функций *y(x)*, непрерывно дифференцируемых на $[a,b]$ и таких, что $\|y\|^2_{h[a,b]}+\|y'\|^2_{h[a,b]}\le C^2$, $C>0$ равномерно ограниченно и равностепенно непрерывно.

73. Доказать, что последовательность функций $\{y_n(x)\}$ (*n=1, 2, …)*, непрерывно дифференцируемых на $[a,b]$ и удовлетворяющих неравенству $\|y_n\|^2+\|y_n'\|^2\le C^2$, является компактной в $C[a,b]$.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка (баллы по МРС), уровень
студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; студент знает формулировки всех утверждений и теорем; студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необходимости провести подробное доказательство каждого пункта;	«зачтено», повышенный уровень
студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению; студент знает формулировки всех утверждений и теорем; студент знает общий план доказательства основных утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства;	«зачтено», пороговый уровень
студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них; студент не знает формулировки основных утверждений и теорем; студент не может изложить ответ на	«незачтено», уровень не сформирован

заданные вопросы.	

Вопросы для коллоквиумов
по дисциплине Интегральные уравнения и вариационное исчисление

Вопросы для письменного коллоквиума №1
Раздел «Интегральные уравнения»

1. Записать уравнение Фредгольма 2-го рода. Какое уравнение называется однородным?
2. Записать уравнение Вольтерра 2-го рода. Какое уравнение называется однородным?
3. Записать уравнение Фредгольма 1-го рода. Какое уравнение называется однородным?
4. Записать уравнение Вольтерра 1-го рода. Какое уравнение называется однородным?
5. Что такое линейное пространство?
6. Что такое метрическое пространство?
7. Что такое нормированное пространство?
8. Что такое евклидово пространство?
9. Дать определение сходимости последовательности элементов метрического пространства.
10. Дать определение сходимости последовательности элементов нормированного пространства.
11. Дать определение фундаментальной последовательности элементов нормированного пространства.
12. Что такое банахово пространство?
13. Что такое пространство $C[a,b]$? Как называется сходимость по норме этого пространства?
14. Что такое пространство $C^{(p)}[a,b]$? Как называется сходимость по норме этого пространства?
15. Как определяется скалярное произведение в пространстве $h[a,b]$? Почему это пространство является бесконечномерным евклидовым пространством? Как называется сходимость по норме этого пространства?
16. Что такое неравенство Коши-Буняковского?
17. Что такое линейный оператор?
18. Дать два определения непрерывности в точке оператора, действующего в нормированных пространствах.
19. Дать определение нормы линейного оператора, действующего в нормированных пространствах.
20. Что такое ограниченный линейный оператор?
21. Что такое ограниченная последовательность элементов нормированного пространства?
22. Что такое компактная последовательность элементов нормированного пространства?
23. Что такое вполне непрерывный оператор?

24. Сформулировать необходимое и достаточное условие компактности последовательности векторов конечномерного евклидового пространства R^n.
25. Сформулировать теорему Арцела.
26. Дать определение оператора, сопряженного к линейному оператору, действующему в евклидовом пространстве.
27. Дать определение самосопряженного (симметрического) оператора, действующего в евклидовом пространстве.
28. Что такое интегральный оператор Фредгольма с симметрическим ядром?
29. Что такое собственное значение линейного оператора?
30. Что такое собственный вектор линейного оператора?
31. Что такое максимальный вектор линейного оператора?
32. Что такое инвариантное подпространство линейного оператора?
33. Что такое кратность собственного значения линейного оператора?
34. Что такое собственная функция ядра интегрального оператора Фредгольма?
35. Что такое вырожденный линейный оператор?
36. Что такое замкнутое ядро интегрального оператора Фредгольма?
37. Что такое вырожденное ядро интегрального оператора Фредгольма?
38. Как вводится скалярное произведение в комплексном расширении пространства $h[a,b]$?
39. Дать определение функции, истокопредставимой с помощью ядра интегрального оператора.
40. Сформулировать теорему Гильберта-Шмидта.
41. Что такое интегральный оператор с полярным ядром?
42. Что такое интегральный оператор со слабо полярным ядром?
43. Что такое резольвента интегрального оператора?
44. Сформулировать альтернативу Фредгольма.
45. При каком условии неоднородное уравнение Фредгольма 2-го рода с симметрическим непрерывным ядром имеет и притом единственное решение для любой непрерывной функции $f(x)$ - неоднородности уравнения?
46. Сформулировать условие разрешимости неоднородного уравнения Фредгольма 2-го рода с симметрическим непрерывным ядром в случае, когда однородное уравнение имеет нетривиальное решение. Сколько решений имеет неоднородное уравнение, если оно разрешимо?
47. Что такое сжимающий оператор?
48. Что такое неподвижная точка оператора?
49. Сформулировать теорему о существовании неподвижной точки у сжимающего оператора. Как можно найти неподвижную точку?
50. Записать метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода с «малым» λ.
51. Что такое повторное (итерированное) ядро интегрального оператора Фредгольма? Ядром какого интегрального оператора оно является?
52. Сформулировать теорему о разрешимости интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода.

53. Записать интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром.
54. Что такое союзное интегральное уравнение?
55. Сформулировать условие разрешимости неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.
56. Сформулировать теорему о числе линейного независимых решений однородного уравнения Фредгольма 2-го рода и союзного с ним (1-я теорема Фредгольма). При каких условиях на ядра интегральных операторов эта теорема была доказана в лекционном курсе?
57. Сформулировать теорему о необходимом и достаточном условии разрешимости неоднородного уравнения Фредгольма 2-го рода (2-я теорема Фредгольма). При каких условиях на ядра интегральных операторов эта теорема была доказана в лекционном курсе?
58. Сформулировать альтернативу Фредгольма (3-я теорема Фредгольма). При каких условиях на ядра интегральных операторов эта теорема была доказана в лекционном курсе?
59. Сформулировать теорему о характеристических числах интегрального оператора Фредгольма (4-я теорема Фредгольма). При каких условиях на ядра интегральных операторов эта теорема была доказана в лекционном курсе?

Вопросы для письменного коллоквиума №2

Раздел «Вариационное исчисление»

1. Что такое функционал?
2. Что такое непрерывный функционал?
3. Что такое дифференцируемый функционал?
4. Что такое вариация функционала?
5. Поставить простейшую задачу вариационного исчисления – задачу с закрепленными концами.
6. Что такое сильный минимум функционала? Какой минимум называется строгим?
7. Что такое сильный максимум функционала? Какой максимум называется строгим?
8. Что такое слабый минимум функционала? Какой минимум называется строгим?
9. Что такое слабый максимум функционала? Какой максимум называется строгим?
10. Сформулировать необходимое условие экстремума для задачи с закрепленными концами.
11. Сформулировать основную лемму вариационного исчисления.
12. Поставить задачу с закрепленными концами и сформулировать необходимые условия экстремума для функционала $V[y]=\int_a^b F(x,y_1,\dots y_n;y_1',\dots y_n')\,dx.$

13. Поставить задачу отыскания экстремума функционала $V[y,z]=\int_a^b F(x,y,z,y',z')dx$ при условии, что концы закреплены, и имеется неголономная связь. Сформулировать необходимые условия экстремума.
14. Поставить задачу отыскания экстремума функционала $V[y,z]=\int_a^b F(x,y,z,y',z')dx$ при условии, что концы закреплены, и имеется голономная связь. Сформулировать необходимые условия экстремума.
15. Что такое геодезическая линия?
16. Сформулировать изопериметрическую задачу с закрепленными концами и необходимые условия экстремума для этой задачи.
17. Что такое условие трансверсальности?
18. Поставить задачу отыскания экстремума простейшего функционала вариационного исчисления при условии, что левый конец закреплен, а правый подвижен, и записать необходимые условия экстремума.
19. Поставить задачу отыскания экстремума простейшего функционала вариационного исчисления при условии, что левый конец свободен, а правый подвижен, и записать необходимые условия экстремума.
20. Поставить задачу отыскания экстремума простейшего функционала вариационного исчисления при условии, что оба конца подвижны, и записать необходимые условия экстремума.
21. Поставить задачу отыскания экстремума простейшего функционала вариационного исчисления при условии, что оба конца свободны, и записать необходимые условия экстремума.
22. Что такое центральное поле экстремалей?
23. Что такое собственное поле экстремалей?
24. Сформулировать достаточные условия сильного минимума в задаче с закрепленными концами с использованием функции Вейерштрасса.
25. Сформулировать достаточные условия слабого минимума в задаче с закрепленными концами с использованием функции Вейерштрасса.
26. Сформулировать достаточные условия Лежандра сильного минимума в задаче с закрепленными концами.
27. Сформулировать достаточные условия Лежандра слабого минимума в задаче с закрепленными концами.
28. Сформулировать достаточные условия сильного максимума в задаче с закрепленными концами с использованием функции Вейерштрасса.
29. Сформулировать достаточные условия слабого максимума в задаче с закрепленными концами с использованием функции Вейерштрасса.
30. Сформулировать достаточные условия Лежандра сильного максимума в задаче с закрепленными концами.
31. Сформулировать достаточные условия Лежандра слабого максимума в задаче с закрепленными концами.
32. Дать определение корректно и некорректно поставленной задачи.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка (баллы по МРС),

	уровень
студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; студент знает формулировки всех утверждений и теорем; студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необходимости провести подробное доказательство каждого пункта;	«отлично», 84-100%, повышенный уровень
студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; студент знает формулировки всех утверждений и теорем; студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства;	«хорошо», 66-83%, пороговый уровень
студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению; студент знает формулировки всех утверждений и теорем; студент знает общий план доказательства основных утвержений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства;	«удовлетворительно», 50-65%, пороговый уровень
студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них; студент не знает формулировки основных утверждений и теорем; студент не может изложить ответ на заданные вопросы.	«неудовлетворительно», менее 50%, уровень не сформирован